

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

1 - Introduzione

L'*amplificatore operazionale* (nel seguito a.o.) è un circuito integrato che trae la sua denominazione dal fatto che viene impiegato nella realizzazione di circuiti atti ad effettuare somme, differenze, moltiplicazioni e altre operazioni su segnali. L'a.o. viene utilizzato nelle applicazioni di *segnale* (cioè dove le potenze in gioco sono molto basse) a frequenza non troppo elevata. Nei casi in cui le potenze in gioco e/o la frequenza sono molto elevate si utilizzano circuiti basati su componenti discreti (cioè non su circuiti integrati).

L'a.o. è un amplificatore a più stadi interni che amplifica a frequenze che vanno da zero (continua) fino ad un valore massimo che dipende dalle applicazioni. Il suo simbolo circuitale (fig. 1a) evidenzia la presenza di un ingresso *invertente*, indicato con -, di un ingresso *non invertente*, indicato con +, e di un'uscita. La fig. 1a riporta anche i terminali per l'alimentazione, che nel seguito saranno omessi. L'uscita dell'a.o. è pari alla differenza di potenziale $v_1 - v_2$ presente tra i due morsetti + e -, amplificata di un fattore A_{OL} detto *guadagno ad anello aperto* (o *in catena aperta*):

$$(1) \quad v_o = A_{OL}(v_1 - v_2)$$

Il pedice "OL" sta per *open loop* (anello aperto). Ovviamente, il guadagno è pari al rapporto tra la tensione di uscita e la differenza di potenziale presente tra i morsetti + e -:

$$(2) \quad A_{OL} = \frac{v_o}{v_1 - v_2}$$

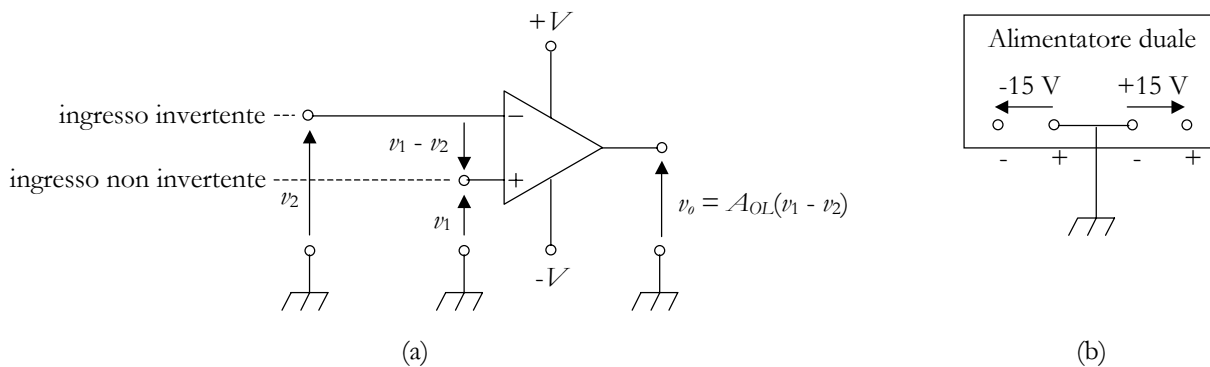


Fig. 1 - (a) Simbolo elettrico dell'a.o. (b) Alimentazione duale.

L'a.o. viene di norma alimentato da due tensioni $+V$ e $-V$ pari rispettivamente a $+15$ e -15 V rispetto a massa. Tale tipo di alimentazione è definita *duale* (fig. 1b). In realtà le tensioni di alimentazione possono avere un modulo compreso tra 5 e 15 V. In alcune configurazioni si utilizza un'alimentazione singola, portando una tensione positiva sul morsetto $+V$ e ponendo a massa il morsetto $-V$. I valori delle tensioni di alimentazione definiscono i valori massimi e minimi dell'uscita dell'a.o.; questi ultimi sono pari alle tensioni di alimentazione meno circa 1 o 2 V. Per esempio, con un'alimentazione $+15/-15$ V l'uscita dell'a.o. può variare indicativamente tra $+V_{SAT} = +13$ V e $-V_{SAT} = -13$ V. Se gli ingressi dell'a.o. hanno valore tale da determinare, in teoria, valori di uscita al di fuori del range consentito, l'uscita si mantiene a $+V_{SAT}$ o $-V_{SAT}$; in questo caso si dice che l'amplificatore è *in saturazione*.

Un a.o. è caratterizzato da una resistenza d'ingresso R_i e da una resistenza d'uscita R_o (fig. 2). La *resistenza d'ingresso* è il valore di resistenza presente tra i terminali d'ingresso, mentre la *resistenza d'uscita* è la resistenza posta in serie al generatore ideale che fornisce la tensione di uscita. La differenza di potenziale $v_1 - v_2$ presente tra i terminali d'ingresso (*tensione differenziale*) è di norma indicata con v_i , di modo che si può scrivere $v_o = A_{OL}v_i$. Quando v_1 supera v_2 le tensioni v_i e v_o sono positive; quando invece v_2 supera v_1 le tensioni v_i e v_o sono negative. Se il morsetto + è a massa il segno dell'uscita è opposto a quello di v_2 ($v_o = A_{OL}(0 - v_2) = -A_{OL}v_2$); se il morsetto - è a massa il segno dell'uscita è lo

stesso di quello di v_1 ($v_o = A_{OL}(v_1 - 0) = A_{OL}v_1$).

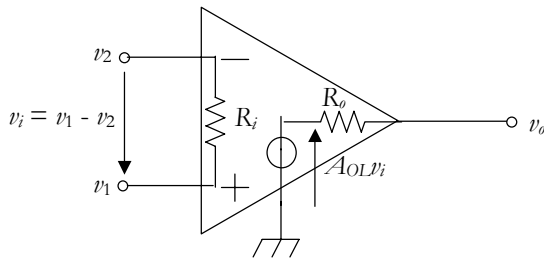


Fig. 2 - Modello dell'a.o.

In fig. 1 è evidenziato come i vari segnali in gioco corrispondano a differenze di potenziale tra i relativi morsetti e massa. Per semplificare gli schemi elettrici d'ora in poi questo dato sarà sottinteso e saranno indicate le tensioni di ogni morsetto (fig. 3).

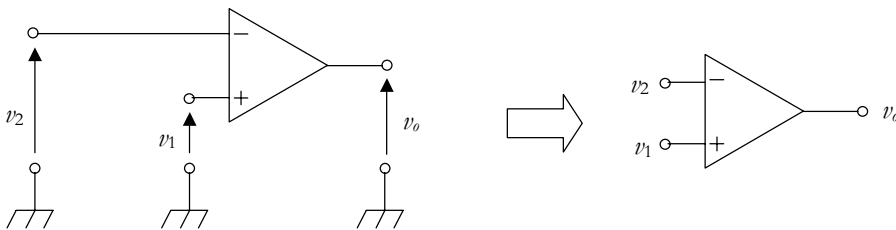


Fig. 3 - Semplificazione degli schemi elettrici.

2 - A.o. ideale e reale

L'*a.o. ideale* è un modello astratto di a.o. che presenta guadagno ad anello aperto infinito, resistenza d'ingresso infinita, resistenza d'uscita nulla e larghezza di banda infinita (quest'ultima proprietà sta a significare che il comportamento dell'amplificatore non è influenzato dalla frequenza del segnale, e cioè che l'amplificatore funziona bene a qualsiasi frequenza). Negli a.o. reali queste condizioni non sono soddisfatte anche se i valori sono tali consentire in molti casi lo studio dei circuiti come se l'a.o. che ne fa parte fosse ideale. La tab. 1 mostra una comparazione tra l'a.o. ideale e due a.o. molto comuni, e cioè $\mu A741C$ e $LF157$. Gli a.o. reali hanno:

- guadagno ad anello aperto molto grande;
- resistenza d'ingresso molto piccola;
- resistenza d'uscita molto grande;
- banda passante limitata. In realtà, la frequenza massima di lavoro dipende dall'applicazione, dato che il parametro che caratterizza l'a.o. reale è il *prodotto guadagno-larghezza di banda GBW*. La larghezza di banda (intervallo di frequenze alle quali l'a.o. funziona correttamente) è data dal rapporto tra il *GBW* e il guadagno del circuito del quale l'a.o. fa parte.

Parametro	Simbolo	A.o. ideale	$\mu A741C$	$LF157$
Guadagno ad anello aperto	A_{OL}	∞	200.000	200.000
Resistenza d'ingresso	R_i	∞	$2 \text{ M}\Omega^1$	$10^{12} \Omega^1$
Resistenza d'uscita	R_o	0	$75 \Omega^2$	$0,1 \div 10 \Omega^2$
Prodotto guadagno-larghezza di banda	GBW	larghezza di banda infinita	1 MHz	20 MHz

1 La resistenza d'ingresso effettiva dipende dal circuito e può essere minore o maggiore del valore riportato.

2 La resistenza d'uscita effettiva dipende dal circuito e di norma è molto più piccola del valore riportato.

Tab. 1 - Parametri di base degli a.o. ideale e reali.

3 - Piedinatura del $\mu A741C$

La fig. 4a riporta la piedinatura del $\mu A741C$ nella versione dual-in-line a 8 pin. Si notino i due pin denominati Offset Null, che permettono, regolando un potenziometro (fig. 4b), di rendere nulla la tensione di offset (ovvero quella tensione continua presente all'uscita dell'amplificatore anche se agli ingressi non è posto alcun segnale).

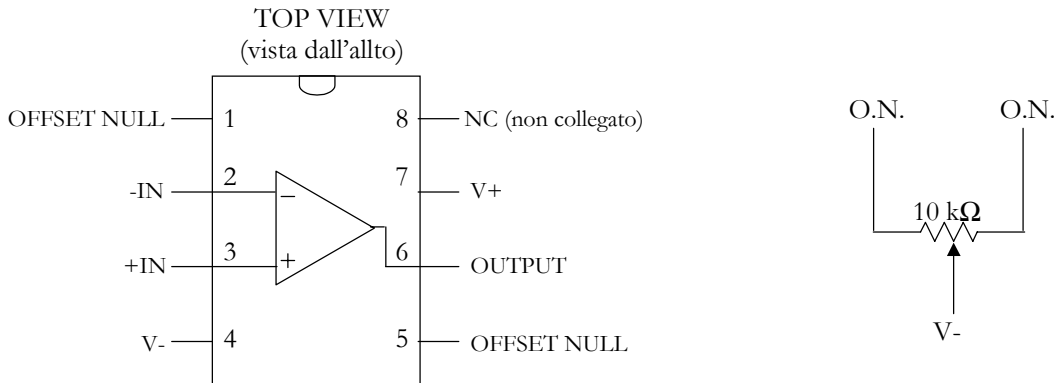


Fig. 4 - (a) Pin-out del $\mu A741C$ DIL a 8 pin. (b) Circuito per l'annullamento dell'offset.

4 - Funzionamento ad anello aperto (Comparatore)

Un'a.o. ad *anello aperto* (cioè privo di collegamenti tra l'uscita e gli ingressi) si trova nella pratica sempre in saturazione, e cioè a $+V_{SAT}$ o a $-V_{SAT}$. Questa affermazione è giustificata dal fatto che il guadagno dell'amplificatore è elevatissimo (per il $\mu A741C$ pari a 200.000) e pertanto è sufficiente una piccolissima tensione differenziale in ingresso per determinare il raggiungimento della soglia massima in uscita. Se l'a.o. è alimentato con $+15/-15$ V, le tensioni di saturazione $\pm V_{SAT}$ hanno un modulo pari a circa 13 V. Dividendo tale valore per il guadagno ad anello aperto si calcola la tensione differenziale che determina il raggiungimento della soglia:

$$(3) \quad v_{iSAT} = \frac{13}{200000} = 65 \mu V$$

Da questo calcolo si può capire che un'a.o. ad anello aperto non può essere utilizzato per amplificare un segnale (ponendo ad esempio il morsetto - a massa e il segnale sul morsetto +). Infatti per non avere saturazione, e quindi appiattimento del segnale d'uscita (fig. 5), il segnale da amplificare dovrebbe avere un'ampiezza massima piccolissima e nella pratica sarebbe sovrastato dal rumore, cioè da quel segnale, piccolo ma sempre presente, dovuto al funzionamento non ideale degli apparati elettronici. Questa proprietà si esprime dicendo che l'a.o. ad anello aperto non può essere utilizzato in *applicazioni lineari*, cioè in applicazioni dove esista una relazione lineare tra ingressi e uscita (proporzionalità, derivata, somma di segnali, etc.).

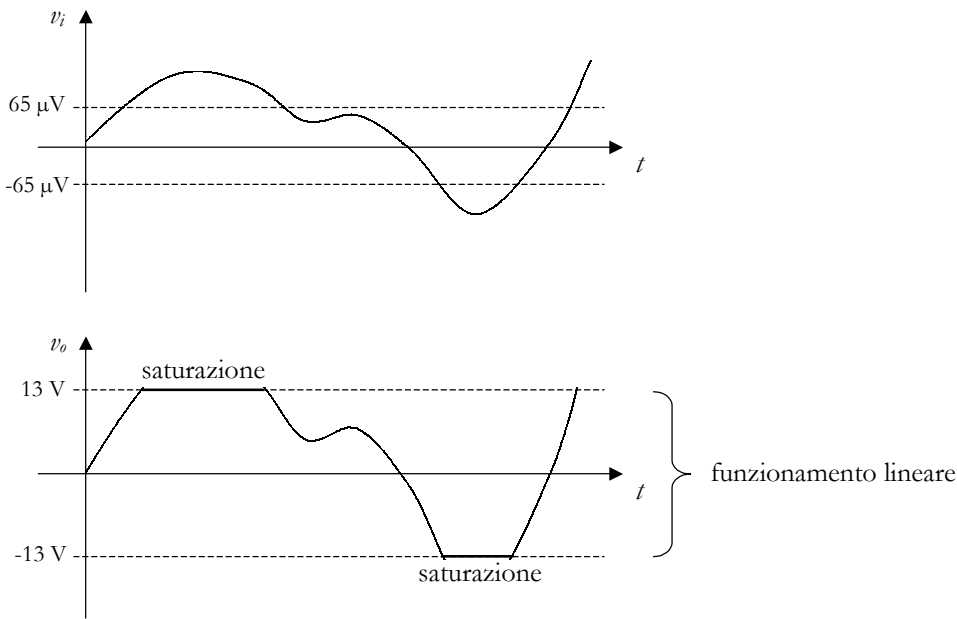


Fig. 5 - Distorsione della forma d'onda per saturazione.

L'a.o. ad anello aperto è utilizzato in alcune applicazioni *non lineari*, come per esempio per realizzare un comparatore. Un *comparatore* è un circuito che ha il compito di rilevare se un determinato segnale v_s è superiore o no a un certo valore (*soglia di comparazione*) che indicheremo con V_C ; se il segnale v_s si trova al di sotto della soglia V_C , il comparatore deve avere un certo livello di uscita V_a , in caso contrario l'uscita deve essere pari a un diverso livello V_b . È facile constatare che in circuito di fig. 6a si comporta come un comparatore con soglia di comparazione pari a zero (*rivelatore di passaggio per lo zero*). Infatti, se la tensione v_s è maggiore di zero, l'uscita è pari a $+V_{SAT}$, mentre se v_s è minore di zero l'uscita è pari a $-V_{SAT}$, questo comportamento è rappresentato graficamente dalla *caratteristica di ingresso-uscita* (fig. 6b) e dalle forme d'onda (fig. 6c). Si deve osservare che per valori molto piccoli di v_s l'uscita assume valori intermedi tra $+V_{SAT}$ e $-V_{SAT}$, tuttavia i valori di v_s per cui ciò accade sono così piccoli (vedi espressione 3) che questo aspetto è del tutto trascurabile ai fini pratici.

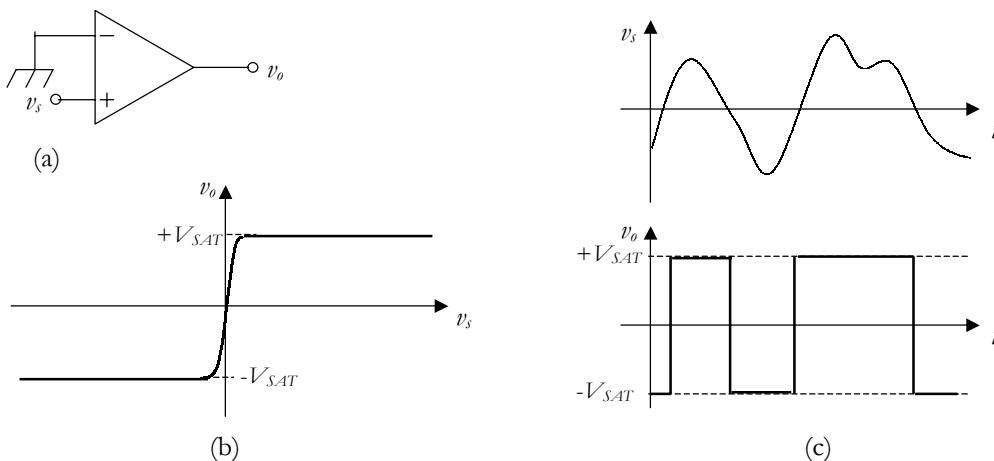


Fig. 6 - Rivelatore di passaggio per lo zero: (a) circuito, (b) caratteristica ingresso-uscita e (c) forme d'onda.

La soglia di comparazione V_C può essere variata ponendo sul morsetto invertente una opportuna tensione. La fig. 7 mostra circuiti e grafici per soglia positiva o negativa.

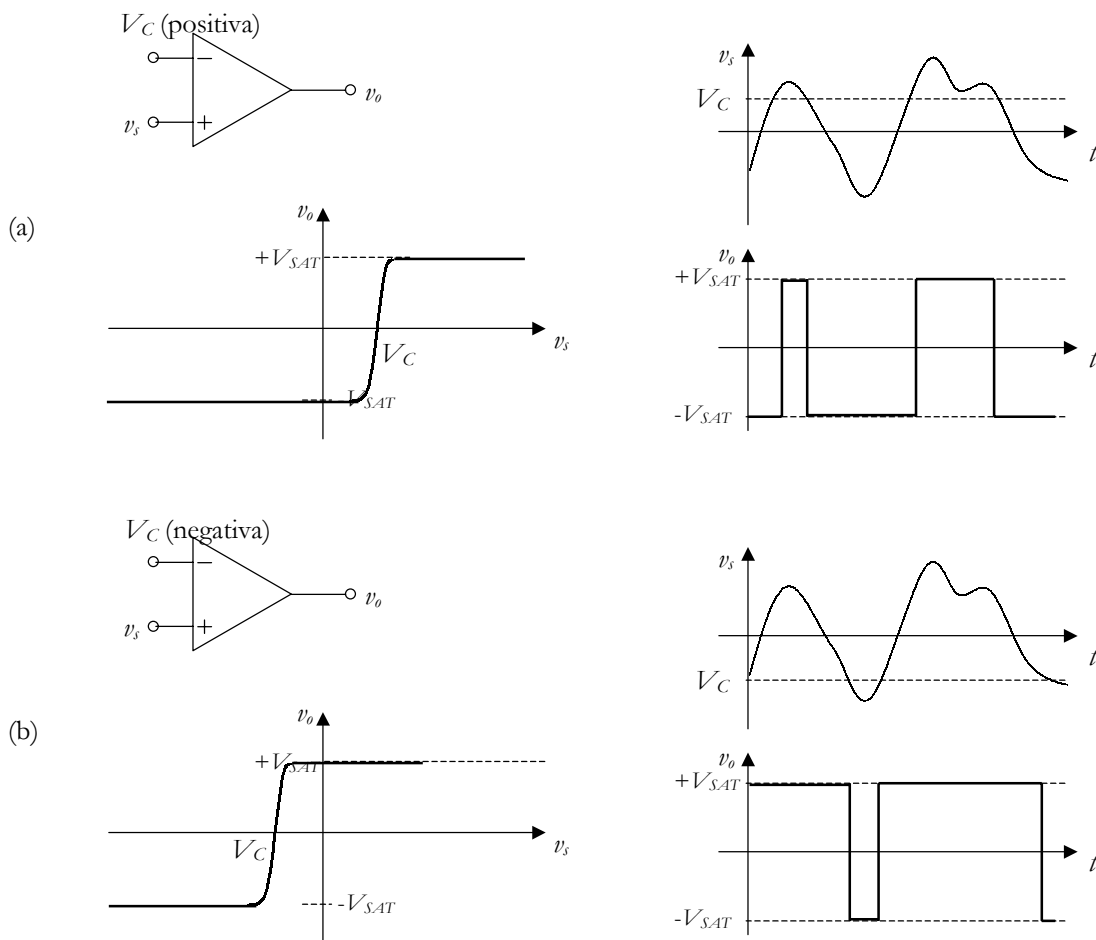


Fig. 7 - Comparatore con soglia (a) positiva e (b) negativa.

Se la tensione V_C è compresa nell'intervallo $-V \div +V$ può essere ricavata dalla fonte di alimentazione dell'amplificatore operazionale. Se V_C non è molto più piccola in modulo della tensione di alimentazione (per esempio se vale 1 V o più) è sufficiente utilizzare un potenziometro come in fig. 8a. Il valore del trimmer è ininfluente purché non assorba troppa corrente dall'alimentazione (valori da 1 k Ω in su). Se la soglia è molto più piccola in modulo della tensione di alimentazione (per esempio se vale meno di 1 V) la regolazione del trimmer non è sensibile a sufficienza per ottenere la tensione desiderata. In questo caso si deve abbassare la tensione sul trimmer per mezzo di un partitore come in fig. 8b. Per la legge del partitore di tensione la d.d.p. ai capi del trimmer è pari a

$$(4) \quad V_{tr} = V \frac{R_{tr}}{R + R_{tr}} \cong V \frac{R_{tr}}{R}$$

dove l'approssimazione vale se R_{tr} è molto più piccola di R . Pertanto per ottenere V_{tr} (approssimativamente) 10, 100, 1000, ecc. volte più piccola (in modulo) rispetto a V , si scelgono valori di R 10, 100, 1000, ecc. volte più grandi di R_{tr} . Si noti che non serve ottenere un valore preciso di V_{tr} perché la tensione V_C si ottiene comunque regolando il potenziometro. La somma di R e R_{tr} deve essere tale da non produrre eccessivo assorbimento di corrente dall'alimentazione (valore complessivo da 1 k Ω in su).

Esempio 1

Si vuole realizzare un comparatore con soglia positiva $V_C = 50$ mV disponendo dell'alimentazione duale ± 15 V. In questo caso è necessario il partitore perché ponendo 15 V ai capi di un potenziometro è impossibile regolare l'uscita a 50 mV. Si vuole ottenere una d.d.p. sul trimmer pari approssimativamente a 150 mV, cioè con un valore 100 volte più piccolo dell'alimentazione. I valori scelti sono $R_{tr} = 1$ k Ω , $R = 100$ k Ω . Nota: applicando rigorosamente la (4) si ottiene $V_{tr} = 15(1/101) = 148,5$ mV (e quindi non 150 mV, ma ciò è ininfluente).

Esercizio 1

Realizzare un comparatore con soglia negativa $V_C = -300$ mV disponendo dell'alimentazione duale ± 15 . Ripetere l'esercizio con soglia positiva $V_C = 8$ mV.

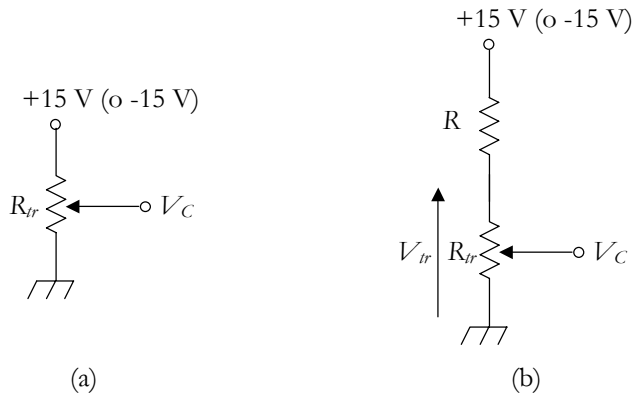


Fig. 8 - Metodi per ricavare la tensione di comparazione dall'alimentazione dell'a.o.

I comparatori di figg. 6 e 7 commutano da $-V_{SAT}$ a $+V_{SAT}$ quando il segnale v_s supera la soglia e da $+V_{SAT}$ a $-V_{SAT}$ quando il segnale v_s scende al di sotto della soglia. Per modificare i versi delle commutazioni (da $+V_{SAT}$ a $-V_{SAT}$ quando il segnale v_s supera la soglia e da $-V_{SAT}$ a $+V_{SAT}$ quando il segnale v_s scende al di sotto della soglia) è sufficiente porre la tensione di comparazione V_C sul morsetto non invertente e il segnale v_s sul morsetto invertente. Nel comparatore di fig. 9 la soglia di comparazione è zero. Quando v_s è positivo la tensione differenziale all'ingresso dell'operazionale è negativa e l'uscita si porta a $-V_{SAT}$; quando v_s è negativo la tensione differenziale all'ingresso dell'operazionale è positiva e l'uscita si porta a $+V_{SAT}$. Anche in questo caso è possibile variare la soglia di comparazione tra ponendo sul morsetto non invertente una opportuna tensione. I grafici sono analoghi a quelli riportati in fig. 7 e la loro rappresentazione è lasciata come esercizio.

Esercizio 2

Realizzare circuiti e grafici analoghi a quelli riportati in fig. 7 per comparatori che commutano come in fig. 8 con soglia di comparazione positiva o negativa.

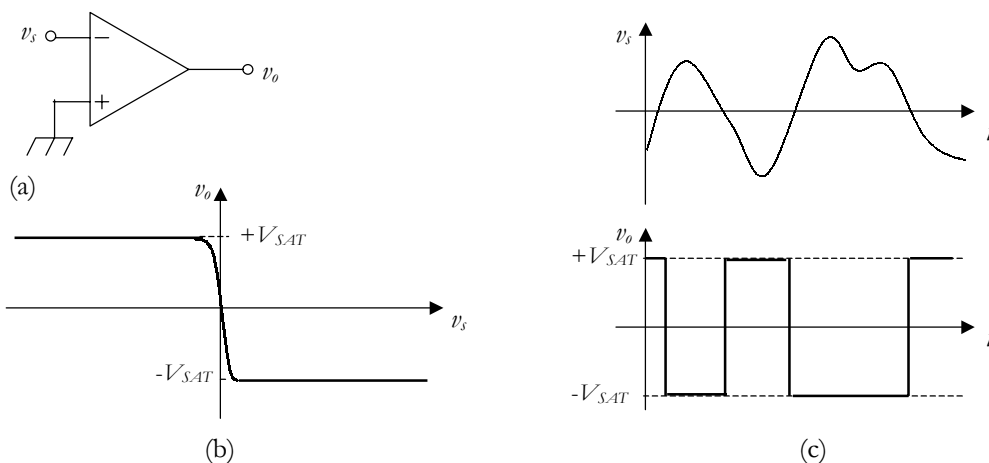


Fig. 9 - Rivelatore di passaggio per lo zero: (a) circuito, (b) caratteristica ingresso-uscita e (c) forme d'onda.

5 - Funzionamento ad anello chiuso

Come visto, il comparatore è l'unica applicazione possibile con un a.o. ad anello aperto. Nelle altre applicazioni, per fare in modo che l'a.o. non si porti in saturazione con segnali d'ingresso di valore comune (milliVolt o Volt) è necessario utilizzare configurazioni ad *anello chiuso* (o a *catena chiusa* o *reazionate*), in cui cioè è presente almeno un collegamento elettrico tra l'uscita e uno dei due ingressi (*reazione*). Per comprendere il meccanismo con cui la reazione può limitare l'uscita consideriamo la più semplice configurazione reazionata, e cioè l'*inseguitore* (fig. 10), in cui la tensione d'ingresso v_s è posta sul morsetto non invertente e il morsetto invertente è direttamente collegato all'uscita. L'inseguitore è così denominato perché la tensione d'uscita ha in pratica lo stesso valore della tensione di ingresso, quindi l'uscita "insegue" l'ingresso.

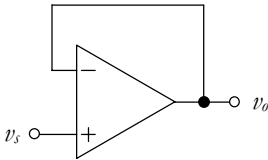


Fig. 10 - Inseguitore.

Si consideri la fig. 11. Ipotizziamo che inizialmente (fig. 11a) la tensione v_s sia nulla e di conseguenza siano nulle anche v_o e la tensione differenziale v_i . Pensiamo ora di porre $v_s = 1$ V; in un primo momento l'amplificatore "vede" una tensione differenziale v_i pari a 1 V e quindi "decide" di portare l'uscita a $+V_{SAT}$ (fig. 11b). Mentre l'uscita sale per effetto del collegamento di reazione sale però anche la tensione sul morsetto invertente, e di conseguenza diminuisce la tensione differenziale; si ottiene una condizione di equilibrio quando l'uscita ha un valore tale che la tensione differenziale $v_i = v_s - v_o$ moltiplicata per A_{OL} (guadagno ad anello aperto dell'a.o.) è pari a v_o :

$$(5) \quad v_o = A_{OL}(v_s - v_o)$$

Avendo posto $v_s = 1$ V e ponendo $A_{OL} = 200.000$ ($\mu A741C$) sviluppando i calcoli si ottiene (fig. 11c)

$$(6) \quad v_o = A_{OL}v_s - A_{OL}v_o \quad v_o + A_{OL}v_o = A_{OL}v_s \quad v_o(1 + A_{OL}) = A_{OL}v_s \quad v_o = \frac{A_{OL}}{1 + A_{OL}}v_s = 0,999995 \text{ V}$$

Come si vede, la differenza tra v_o e v_s è minima (per il fatto che A_{OL} è molto grande) e quindi nella pratica si può affermare che $v_o = v_s$ (inseguitore).

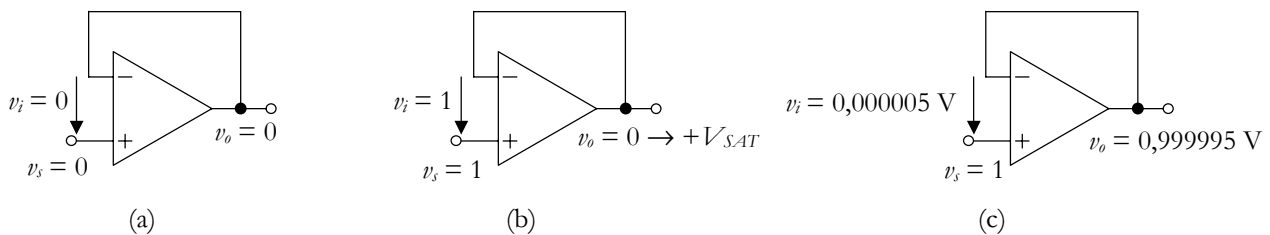


Fig. 11 - Principio della reazione. I valori presenti nella fig. b vanno interpretati nell'ambito del testo.

Nell'esempio dell'inseguitore emergono alcune caratteristiche che possono essere generalizzate. In primo luogo la reazione impedisce che l'uscita si porti in saturazione. Questo naturalmente è vero solo se il segnale di ingresso è abbastanza piccolo in modulo (in questo caso deve essere compreso nell'intervallo $-V_{SAT} \div +V_{SAT}$). Se l'uscita di a.o. non è in saturazione, la tensione differenziale in ingresso v_i deve essere piccolissima (vedi fig. 11c). Per esempio, un $\mu A741C$ che non ha l'uscita in saturazione deve avere una tensione differenziale inferiore a $65 \mu V$ (vedi espressione 3). All'atto pratico, se si afferma che la tensione differenziale v_i è pari a zero, si introduce un'approssimazione piccolissima. Questa affermazione è nota come *principio del cortocircuito virtuale*.

⇒ In un circuito reazionato basato su a.o., se l'a.o. ha un funzionamento lineare (se cioè il valore degli ingressi non è tale da portare l'uscita in saturazione) si può affermare che la tensione differenziale d'ingresso è nulla.

Questo "cortocircuito" è definito "virtuale" perché in realtà la condizione $v_i = 0$ sussiste ma non esiste un collegamento elettrico diretto (come nei cortocircuiti veri e propri) tra i morsetti d'ingresso. Si noti che il principio del cortocircuito virtuale si basa sul fatto che il guadagno ad anello aperto dell'operazionale è molto elevato; infatti se il guadagno A_{OL} fosse piccolo, nell'ultima delle (6) si otterrebbe una tensione v_o più piccola di v_i in modo non trascurabile, e quindi la v_i avrebbe anch'essa un valore non trascurabile. Nella pratica non ha importanza il valore specifico di A_{OL} ; ciò che importa è che sia molto elevato, per giustificare il principio del cortocircuito virtuale.

Il principio del cortocircuito virtuale semplifica moltissimo lo studio dei circuiti reazionati basati su a.o. Basti osservare che nel caso dell'inseguitore è sufficiente tale principio per affermare che v_o , poiché si trova in cortocircuito con il morsetto invertente, deve assumere lo stesso valore di v_i . Oltre che sul principio del cortocircuito virtuale, lo studio dei circuiti reazionati basati su a.o. si basa su un'altra approssimazione, che chiameremo "*principio delle correnti entranti nulle*", per il quale

⇒ In un circuito reazionato basato su a.o., la resistenza interna dell'a.o. può essere considerata infinita, o, in altre parole, si può assumere che le correnti entranti nei morsetti - e + dell'a.o. siano nulle.

Questa affermazione è giustificata dal fatto che R_i è almeno dell'ordine del Megaohm (vedi tab.1) e quindi le correnti entranti nei morsetti - e + sono (di norma) molto più piccole di quelle che scorrono nei rami esterni all'a.o. Si noti che i due principi enunciati sono completamente indipendenti l'uno dall'altro; il principio del cortocircuito virtuale sarà utilizzato in merito alle tensioni in gioco, quello delle correnti entranti in merito alle correnti in gioco.

6 - Dispersione tecnologica e termica

Per *dispersione tecnologica* si intende il fatto che le caratteristiche di una serie di dispositivi elettronici dello stesso tipo (cioè stessa sigla) sono diverse per ogni diverso dispositivo. Questo aspetto, che dipende da svariati fattori che intervengono nel processo di fabbricazione, è particolarmente evidente nei dispositivi a semiconduttore, come diodi, transistor e amplificatori operazionali, per il fatto che è molto difficile tenere sotto controllo con precisione le percentuali di drogaggio, che a loro volta determinano i valori dei parametri caratteristici. Risulta che parametri fondamentali per un transistor o un a.o., come il guadagno di corrente o quello di tensione, possono variare moltissimo da dispositivo a dispositivo. Esempi:

Transistor BJT - Guadagno di corrente per piccoli segnali h_{fe} : minimo 50, tipico 100, massimo 250
A.o. $\mu A741C$ - A_{OL} : minimo 20.000 - tipico 200.000 - massimo non dichiarato

Oltre a quanto detto, si deve osservare che il comportamento di un dispositivo a semiconduttore dipende moltissimo dalla temperatura di esercizio (*dispersione termica*) principalmente per il fatto che il valore di quest'ultima determina la concentrazione dei portatori intrinseci (coppie elettrone-lacuna che si generano per agitazione termica). Dato un circuito che utilizza un dispositivo a semiconduttore si pongono i seguenti problemi:

- fare in modo che il funzionamento del circuito risulti indipendente dalla temperatura di esercizio (es. amplificatore che non fa variare il livello di uscita se si scalda o si raffredda);
- fare in modo che circuiti identici prodotti in serie abbiano un identico funzionamento (es. tutti gli amplificatori Sony di un certo modello devono avere la stessa potenza massima di uscita, lo stesso tasso di distorsione, etc.)
- fare in modo che il funzionamento del circuito non cambi in seguito alla sostituzione del dispositivo a semiconduttore (es. amplificatore dopo la sostituzione di un transistor finale di potenza).

I problemi elencati possono essere risolti grazie alla reazione. Come si è visto nell'esempio dell'inseguitore, se A_{OL} è molto grande si può affermare con ottima approssimazione $v_o = v_i$ e questo risultato è **indipendente dal valore di A_{OL}** . L'ultima affermazione introduce un concetto molto importante che può essere esteso a tutti i circuiti reaziona-

ti basati su a.o.: **il comportamento del circuito non dipende (entro certi limiti) dai valori dei parametri del dispositivo utilizzato.** Questo significa che il funzionamento di un singolo circuito è indipendente dalle variazioni termiche e non risulta influenzato dalla sostituzione dell'a.o. Inoltre circuiti dello stesso tipo prodotti in serie avranno il medesimo funzionamento.

7 - Amplificatore invertente

L'*amplificatore invertente* è un circuito reazionato basato su a.o. il cui guadagno dipende solo dal valore delle resistenze esterne. L'amplificatore è detto "invertente" perché il guadagno ha segno negativo, ovvero il segnale di uscita ha segno opposto di quello del segnale di ingresso. L'amplificatore sarà studiato in due modi: più rigorosamente, e cioè tenendo conto del guadagno A_{OL} e delle resistenze R_i e R_o , e in maniera semplificata, e cioè mediante i principi del cortocircuito virtuale e delle correnti entranti nulle. Sarà così evidente come quest'ultimo metodo, che sarà l'unico applicato ai circuiti che seguono in questa trattazione, conduca in pratica agli stessi risultati del primo.

Studio completo - INSERIRE Fig. 12

Studio semplificato

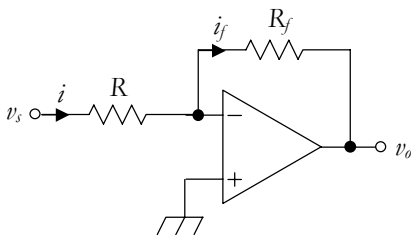


Fig. 13 - Amplificatore invertente.

Lo schema di riferimento è rappresentato in fig. 13. Per il principio del cortocircuito virtuale, il morsetto invertente si trova al potenziale della massa (in questo caso si dice che il morsetto invertente è *a massa virtuale*). Da ciò ne consegue che la tensione ai capi di R è pari a v_s (tensione tra il morsetto d'ingresso e massa "vera"); la legge di Ohm consente allora di scrivere

$$(7) \quad i = \frac{v_s}{R}$$

Analogamente, poiché il morsetto invertente è a massa virtuale, la tensione ai capi di R_f è pari a v_o (tensione tra il morsetto di uscita e massa "vera"); la legge di Ohm consente allora di scrivere

$$(8) \quad i_f = -\frac{v_o}{R_f}$$

dove il segno meno è necessario perché il verso di riferimento di i_f va dal - al + della polarità di riferimento di v_o .

Per il principio delle correnti entranti nulle, la corrente entrante nel morsetto invertente è nulla, e pertanto le due correnti i e i_f sono uguali:

$$(9) \quad i = i_f$$

utilizzando le espressioni 7 e 8 si ottiene infine

$$(10) \quad \frac{v_s}{R} = -\frac{v_o}{R_f} \quad A_V = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R}$$